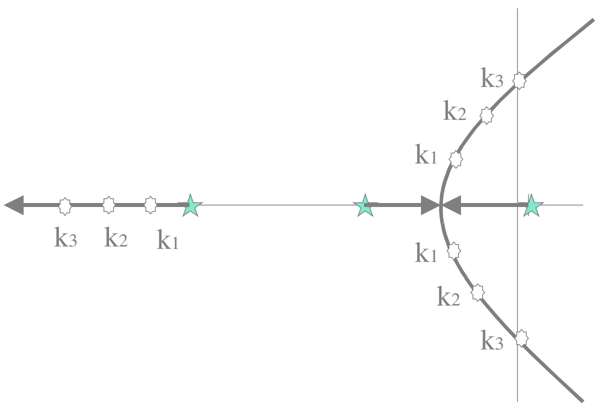
Tema 6. Respuesta en Frecuencia de Sistemas Realimentados

6.1 Estabilidad Relativa

- Criterio de Nyquist hasta ahora utilizado para estudiar la estabilidad absoluta de un sistema

- Es sistemas de fase mínima, la proximidad al punto –1 +0j nos da la estabilidad relativa del sistema

- Ejemplo: $G(s)H(s) = \dfrac{K}{s(s+a)(s+b)}$



Lugar de las raíces

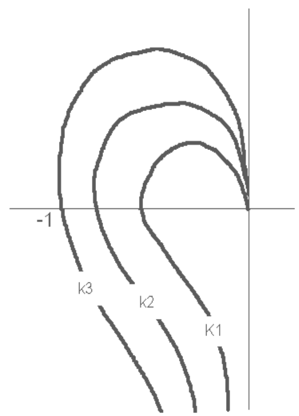
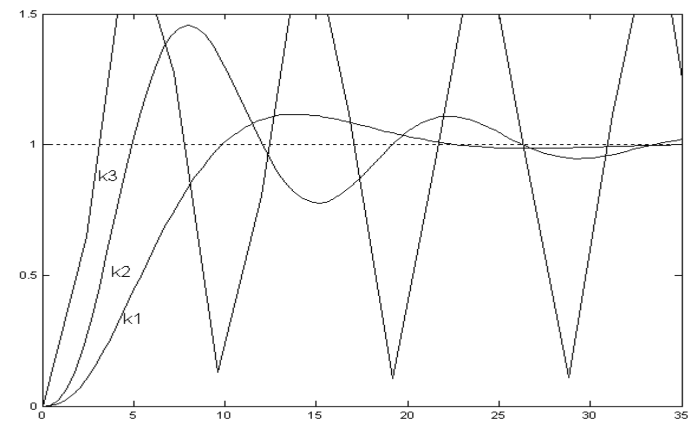


Diagrama Nyquist



Respuesta del sistema

- Estabilidad relativa expresada mediante "margen de ganancia" y margen de fase"

6.2 Margen de Ganancia y Fase(I)

Forma de expresar la proximidad de *G(jw)H(jw)* a $-1 + 0j$

- Frecuencia de cruce de fase (de oscilación). w_φ

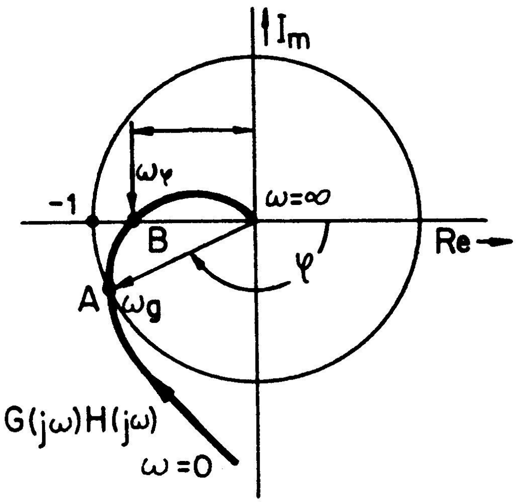
La frecuencia para la cual el ángulo de fase φ de *G(jw)H(jw)* es –180º

$$\varphi \; G(jw_\varphi)H(jw_\varphi) = -180$$

- Frecuencia de cruce de ganancia. w_g

La frecuencia para la que el módulo de *G(jw)H(jw)* es 1

$$\left|G(jw_g)H(jw_g)\right| = 1$$



- Margen de Ganancia. Mg

Factor que puede aumentar/disminuir la ganancia para que el sistema se vuelva inestable/estable con $w = w_\varphi$

$$M_g \left|G(jw_\varphi)H(jw_\varphi)\right| = 1$$

$$M_g = \frac{1}{\left|G(jw_\varphi)H(jw_\varphi)\right|}$$

$$M_g[db] = -20\log\left|G(jw_\varphi)H(jw_\varphi)\right|$$

Mg > 1 (>0 en dB) ➔ sistema estable
Mg = 1 (0 en dB) ➔ marginalmente estable (oscilante)
Mg< 1 (<0 en dB) ➔ sistema inestable

6.2 Margen de Ganancia y Fase(II)

- Margen de Fase. Mf

Ángulo restante para que el sistema se vuelva estable/inestable cuando se toma la frecuencia w_g

$$\varphi - M_f = -180$$

$$M_f = 180 + \varphi \quad G(jw_g)H(jw_g)$$

Mf > 0 ➔ Sistema estable
Mf = 0 ➔ Marginalmente estable(oscilante)
Mf < 0 ➔ Sistema inestable

- Ambos indicadores utilizados para el estudios de sistemas, aunque a veces carecen de sentido (ejemplo margen de ganancia en sistemas de orden2)

- Norma práctica

Mf= 30º⇔60º y Mg >= 6dB

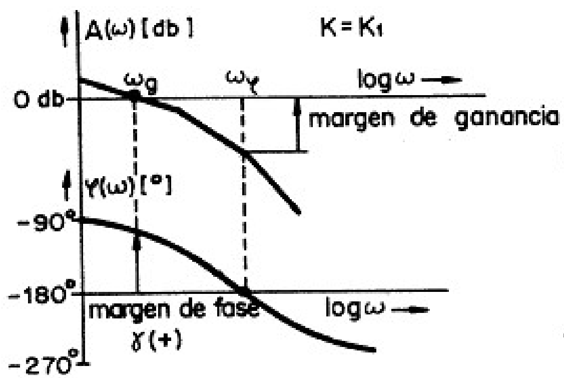
- Representación en el diagrama de bode

$$-1 + 0j = 1 \cdot e^{-j\pi}$$

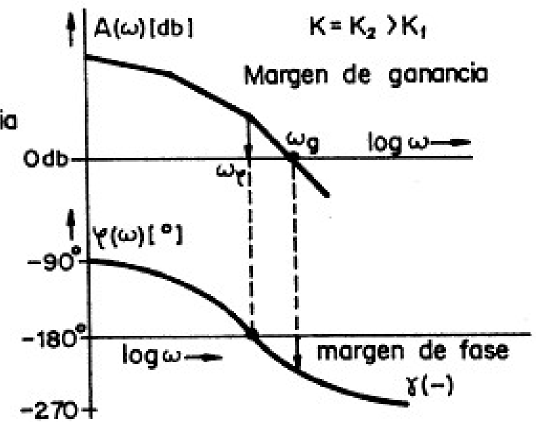
$$20\log\left|1 \cdot e^{-j\pi}\right| = 20\log 1 = 0dB$$

$$\angle e^{-j\pi} = -180^{\circ}$$

Representación en bode de Mg y Mf (continuación)

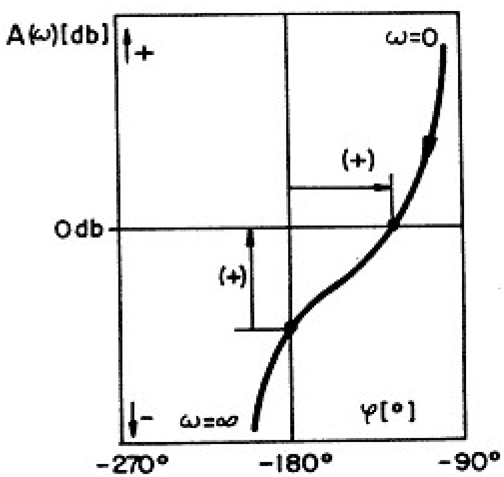


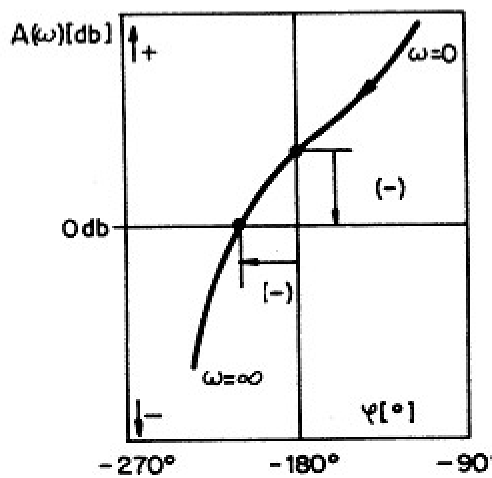
$$w_g < w_\varphi \quad estable$$



$$w_g > w_\varphi \quad inestable$$

- Representación en el diagrama de Black o amplitud-fase

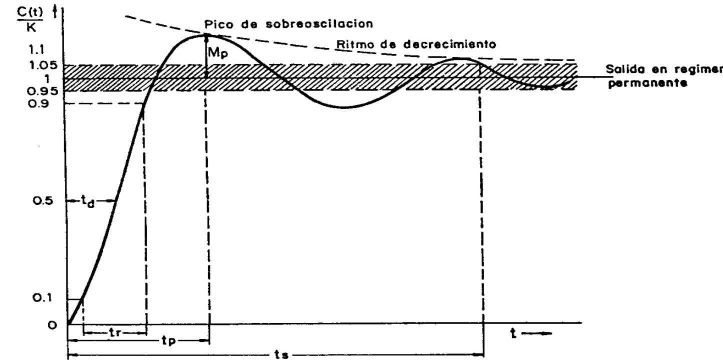




6.3 Especificaciones en el dominio de la frecuencia

➢Recordemos: Forma adimensional de una función de transferencia de un sistema de segundo orden:

$$M(s) = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$



A partir de w_n, ξ, k podemos hallar M_p, t_r, t_s que nos dan la respuesta transitoria del sistema

➢Respuesta en frecuencia. Estudio del comportamiento en régimen permanente ante excitaciones senoidales. En principio no aporta información sobre respuesta transitoria

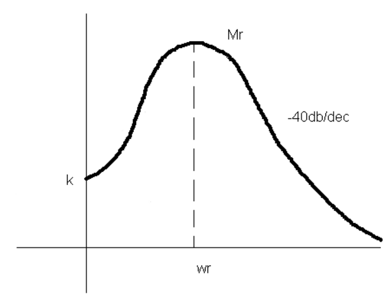
➢En sistemas de segundo orden si se puede estableces equivalencia entre frecuencia y respuesta transitoria

➢Por ejemplo utilizando el concepto de Pico de Resonancia M_r y frecuencia de resonancia w_r

$$|G(0)| = k$$

$$w_r = w_n\sqrt{1-2\xi^2}$$

$$M_r = |G(w_r)| = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}$$



6.3 Ábacos de Hall y Nichols (I)

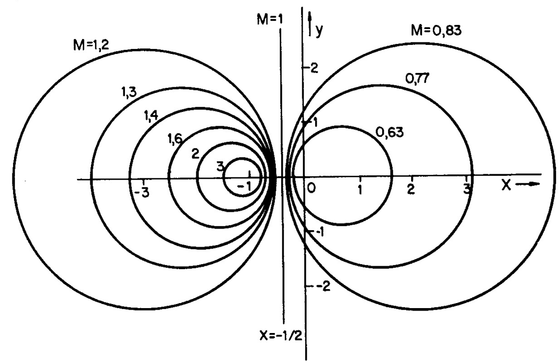
- Sirven para obtener la respuesta frecuencial en lazo cerrado a partir de la de en lazo abierto

- Ábaco de Hall
  - Lugar de Módulo Constante

$$M = |M(jw)| = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{(1+x)^2+y^2}} \quad ; \quad (x+\frac{M^2}{M^2-1})^2 + y^2 = \frac{M^2}{M^2-1}$$

$$centro = (-\frac{M^2}{M^2-1}, 0)$$

$$radio = \frac{M}{M^2-1}$$

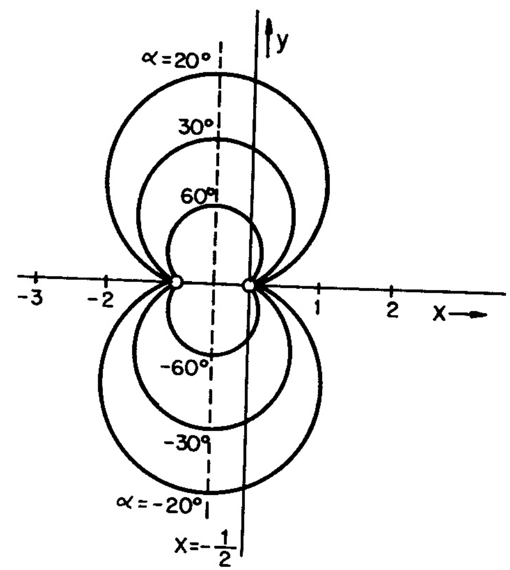


  - Lugar de fase constante

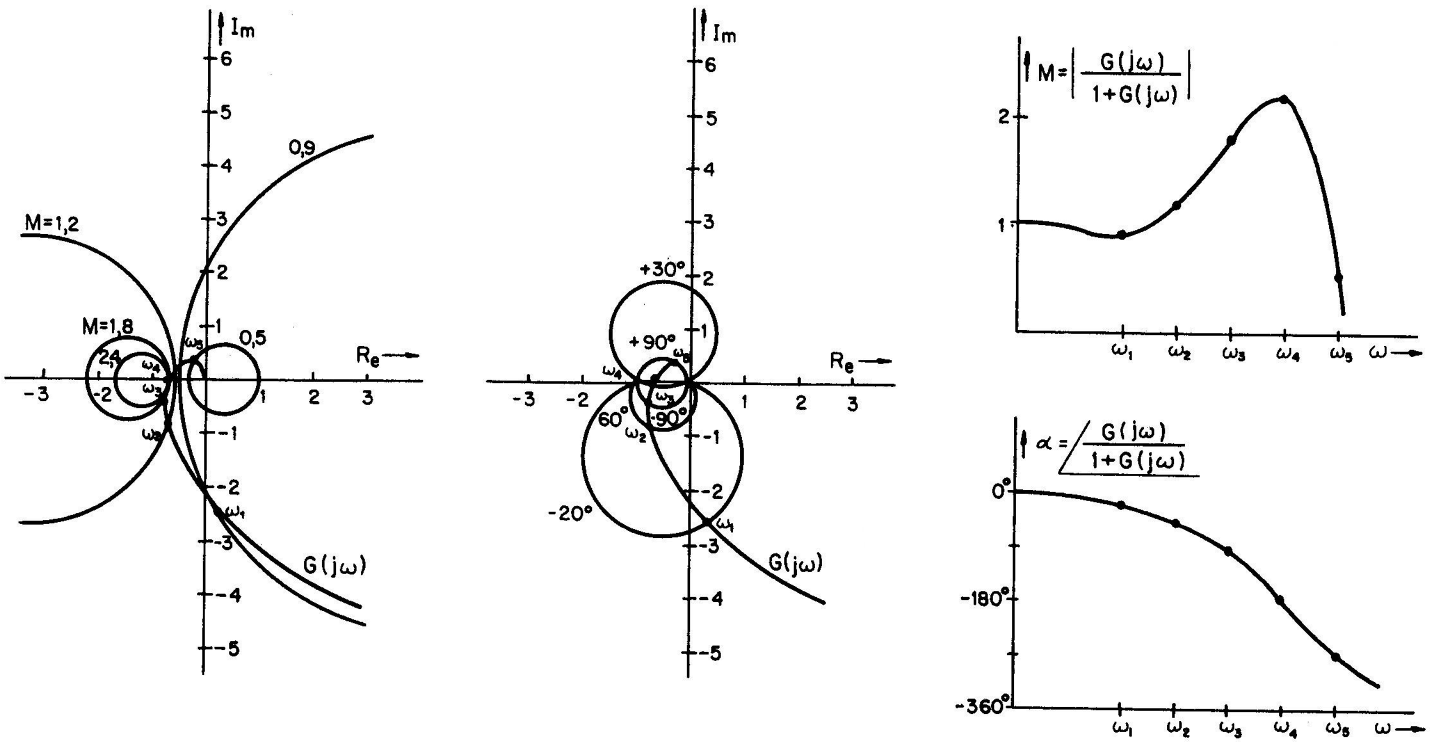
$$N = \frac{y}{x^2+y^2+x} \quad ; \quad (x+\frac{1}{2})^2 + (y-\frac{1}{2N})^2 = \frac{N^2+1}{4N^2}$$

$$centro = (-1/2, 1/2N)$$

$$radio = \sqrt{1+1/N^2}\,/\,2N$$



➢Ejemplo ábaco de Hall



6.3 Ábacos de Hall y Nichols (III)

- Ábaco de Nichols

  Utiliza los lugares M y N en el diagrama de Black

  Se extiende desde 0 a –360º. Simétrico respecto a la fase –180º.

  M y N convergen en 0 db y –180º